



离散曲面的近似 Poisson 盘采样

耿博^①, 张慧娟^①, 王衡^①, 汪国平^{①②*}^① 北京大学计算机系图形与交互技术实验室, 北京 100871^② 北京大学机械感知与智能教育部重点实验室, 北京 100871

* 通信作者. E-mail: wgp@pku.edu.cn

收稿日期: 2011-01-14; 接受日期: 2011-04-12

国家重点基础研究发展规划项目 (批准号: 2010CB328002)、国家自然科学基金 (批准号: 90915010, 60925007, 60833007) 资助项目

摘要 Poisson 盘采样作为计算机图形学的一个重要课题, 在重网格化、过程纹理、物体分布、光照计算等方面都有重要应用. 虽然最近几年对于 2 维平面 Poisson 盘采样的研究比较密集, 但是直接对于 2 维流形表面上的 Poisson 盘采样的研究却比较少. 在本文中, 我们提出了一种可以直接在 Mesh 表面生成近似 Poisson 盘分布的方法. 此方法实现简单, 同时可以通过简单修改适用于保特征的采样和自适应采样. 文中引入了张量投票的方法来实现特征识别和自适应采样半径的计算, 并给出了采样后的重网格化结果, 作为此算法的一个后期应用. 通过大量实例表明, 本文方法快速、鲁棒、适用广泛.

关键词 Poisson 盘采样 保特征采样 自适应采样 重网格化 张量投票 网格生成

1 引言

近年来, 随着三维数字几何处理、GPU、计算机仿真等领域的发展, Poisson 盘采样作为计算机图形学一个重要的课题得到了很多学者的关注. Dippé 和 Wold 于 1985 年第一次将 Poisson 盘采样引入计算机图形学解决图像走样的问题以来^[1], Poisson 盘采样因为其良好的蓝噪声特性, 在计算机图形学的很多领域得到应用. 例如: 图像反走样^[1~3], 光照计算^[2,4~6], 物体分布^[7,8]等.

随着三维数据采集、GPU 等技术快速发展, 2 维流形网格表示的模型在数字娱乐、工业设计、文物保护等很多领域得到广泛应用. 这使得直接针对 2 维流形网格的数字几何处理和建模方法成为研究热点, 同时针对 2 维流形网格的 Poisson 盘采样算法成为一种现实的需求. 虽然对于 2 维平面以及高维欧氏空间 Poisson 盘采样的研究日渐深入^[9], 直接应用于 2 维流形表面的 Poisson 盘采样算法却相对较少^[10].

对于已有的基于 2 维流形表面的采样算法, 速度、算法复杂程度和鲁棒性成为其主要瓶颈. 本文提供了一种简单鲁棒的算法, 可以对于 2 维流形网格进行快速采样, 由于其直接应用于流形表面, 所以减少了参数化方法引入的扭曲. 同时由于其实现简单, 可以通过简单修改直接应用于保特征和自适应的 Poisson 盘采样.

引用格式: 耿博, 张慧娟, 王衡, 等. 离散曲面的近似 Poisson 盘采样. 中国科学: 信息科学, 2012, 42: 703-716

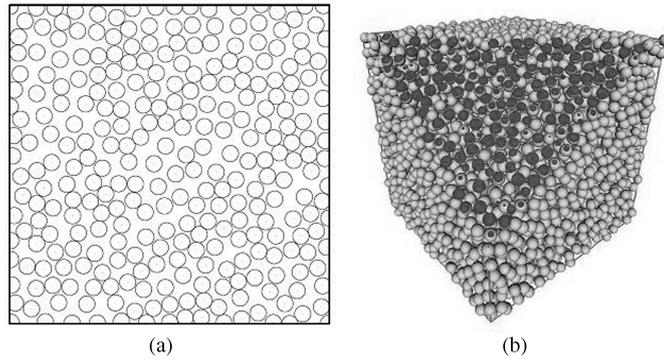


图 1 Poisson 盘分布示意 (引自文献 [10])

Figure 1 Poisson disk distribution. (a) 2-D; (b) 3-D(Gamito [10])

2 相关工作

2.1 Poisson 盘分布基本概念

Poisson 盘分布 (如图 1) 是一种在一个区域内, 均匀且随机的点分布. 不妨假设其采样的区域 $D = [0, 1]^n$ 为 n 维空间的一个单位超立方体 (hypercube), 对于其上的一个采样点集 $X = \{x_i | x_i \in D, i = 1, 2, 3, \dots, N\}$, Poisson 盘分布满足如下两个公式 [10]:

$$\forall x_i \in X, \forall S \subseteq D : P(x_i \in S) = \int_S dx, \quad (1)$$

$$\forall x_i, x_j \in X : \|x_i - x_j\| \geq 2r, \quad (2)$$

其中 r 即为 Poisson 盘分布的采样半径, $P(x_i \in S)$ 为 x_i 落在子区域 S 中的概率. 式 (1) 保证分布的均匀性, 式 (2) 保证采样点集不会聚集成团. 采样产生 Poisson 盘分布的过程即被称为 Poisson 盘采样. Poisson 盘分布满足很好的蓝噪声特性. 我们将在 5.1 小节中对其频谱特性进行更详细的介绍.

2.2 2 维及高维欧氏空间 Poisson 盘采样

1985 年, Dippé 和 Wold 第一次将 Poisson 盘采样引入计算机图形学解决图像走样的问题以来 [1], 关于 Poisson 盘分布的研究一直吸引着众多学者. 对于 Poisson 盘采样的研究主要分为 3 类:

第一类为投飞镖算法 [1](dart throwing) 及其各种变种, 其基本思路为依次在采样区域采样, 每次确定某一个采样点之前, 对采样点与已采样的点集进行式 (2) 的判断, 如满足此公式条件, 将当前采样点加入采样点集中; 否则, 淘汰当前采样点. 此算法的缺点在于随着可用区域的不断减小, 不能保证算法收敛性; 同时, 不能保证得到最大化的点分布. Jones [11] 利用已采样点集的 Voronoi 剖分改进了投飞镖算法. Dunbar 等 [12] 定义了一种名叫“扇形区域”(scalped sector) 的结构, 改进了已有的投飞镖算法. 此算法的一种变体以 $O(n)$ 的时间复杂度产生近似的 Poisson 盘分布. White 等 [13] 应用四叉树和均匀网格作为辅助空间结构改进了投飞镖算法. Wei [14] 使用一种多分辨率的层次网格结构实现了基于 GPU 的并行采样. Gamito 等 [10] 利用树结构实现了高维空间的 Poisson 盘采样.

第二类算法使用松弛法或者称为能量极小化方法对已有点的位置进行调整, 以得到 Poisson 盘分布. Lloyd [15] 在 1982 年提出的著名的 Lloyd 迭代方法, 成为此类方法的经典. Balzer 等 [16] 提出 Lloyd

方法过度迭代会损失采样点集的蓝噪声特性; 同时, 提出基于面积保持的迭代方法, 改进了结果点集的蓝噪声特性和迭代收敛的速度, 此方法缺点在于总体速度较之 Lloyd 方法慢. Liu 等^[17]深入分析了 Lloyd 迭代的本质, 提出其能量函数在凸区域上的 C^2 连续性, 并且应用准牛顿 (quasi-Newton) 方法加速了 Lloyd 方法.

第三类算法使用各种铺砌 (tiling) 结构快速生成大规模的 Poisson 盘点集分布, 其速度较之前两类方法会快很多; 同时, 铺砌结构引入的周期性破坏了采样结果的蓝噪声特性. Ostromoukhov 等^[18,19]先后引入了 Penrose 铺砌和 Polyomino 铺砌结构用来生成 Poisson 盘分布. Wang 铺砌以及其各种边角规则的变体被广泛地应用到 Poisson 盘采样算法中^[20~22]. 值得一提的是, 铺砌结构的初始模板一般在预处理阶段应用前两类方法生成.

2.3 2 维流形表面 Poisson 盘采样

尽管对于 2 维平面和高维欧氏空间 Poisson 盘采样的研究有了深入进展, 对于直接应用于 2 维流形表面的 Poisson 盘采样却相对来说比较少.

Fu 等^[23]将 Dunbar 等^[12]的二维平面采样算法应用到 2 维流形表面, 实现了在表面 Mesh 的 Poisson 盘采样; 此算法使用测地距离等值线替代了欧氏空间的可用采样边界, 以便更好反应 Mesh 表面的特征信息. 由于此算法采得的点都在原 Mesh 表面, 使用这些点进行重网格化成为对于传统重网格化算法的一大改进; 同时, 也应该看到, 计算测地距离等值线的算法比较复杂, 在计算速度和稳定性上都有改进的余地.

Cline 等^[24]将投飞镖算法应用到 2 维流形表面 Mesh; 通过建立按照面积索引的结构, 使对于 2 维流形表面的采样符合式 (1); 同时, 作者将算法推广到参数曲面、隐式曲面、细分曲面等多种曲面上; 另外, 应用测地距离的采样算法也有涉及; 但是, 由于其只是扩展了原始的投飞镖算法, 投飞镖算法固有的问题也依然存在, 例如: 速度慢和很难取得最大化采样.

Li 等^[25]将 Wang 铺砌应用到 2 维流形表面. 通过求得参数曲面的对偶图, 并在对偶图上进行 Wang 铺砌, 大大减少了所需模板的数量, 简化了铺砌方法应用到 2 维流形表面后的模板复杂性问题; 在参数化的过程中引起采样结果的扭曲成为其一个缺点.

3 算法框架

在本部分, 我们以均匀采样算法为例介绍算法整体流程和技术细节.

3.1 算法流程

本文采用了 Cline 等^[24]的索引结构和类似的算法思想, 但并不局限于此. 在我们的算法中, 融入了几何裁剪, 等照度距离度量的互斥结构等技术点, 提高了采样速度和采样质量. 图 2 为我们算法的基本流程:

- 1) 对输入模型进行预处理, 对于过大的面片进行加密;
- 2) 将预处理后的模型按照面积建立索引, 详细见 (3.2 小节);
- 3) 从索引结构中挑选一个三角形 $T = \{p_a, p_b, p_c\}$, 挑选三角形的细节见 (3.2 小节);

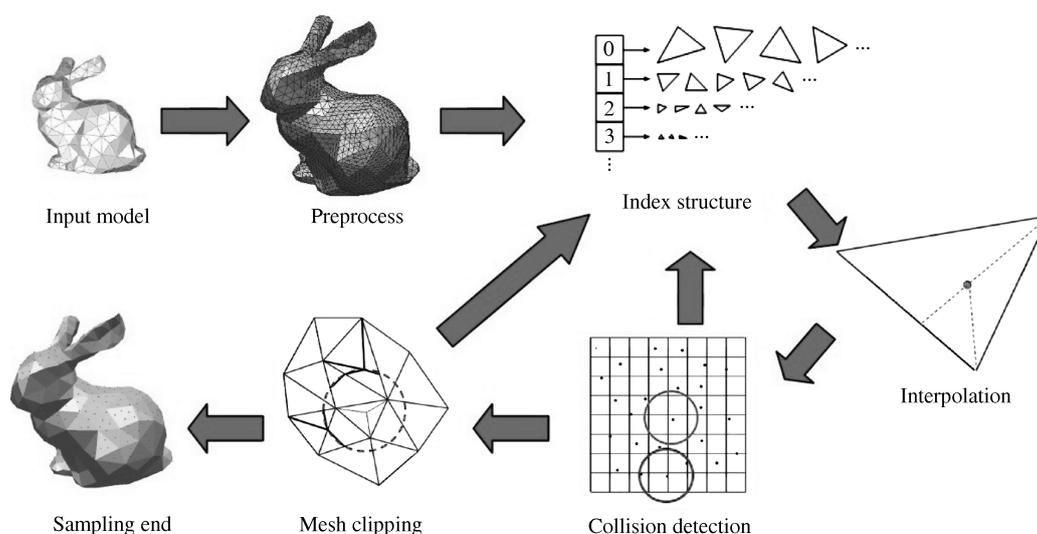


图 2 算法基本流程

Figure 2 The algorithm process

4) 在 T 上使用两个随机数 $\alpha, \beta \in [0, 1)$ 通过双线性插值取一个随机的采样点 p , p 满足

$$p = p_a * \alpha + (p_b * \beta + p_c * (1 - \beta)) * (1 - \alpha); \quad (3)$$

5) 将 p 加入互斥机制中进行互斥检测, 如果未发生互斥冲突, 将 p 加入采样点集, 继续下一步; 否则, 返回 3);

6) 以 p 为球心, $2r$ 为半径 (均匀采样的情况下) 的球对 Mesh 表面进行局部的裁剪, 球内的部分面片丢弃, 将裁剪剩余的三角形重新加入到索引结构中, 更新索引结构;

7) 如果索引结构不为空, 返回 3); 否则, 算法返回.

3.2 索引结构

本文使用了 Cline 等 [24] 的索引结构, 此索引结构按照三角形的面积组织索引.

- 索引结构包括一系列 n 个链表 $\{list_0, list_1, list_2, \dots, list_n\}$.

- 链表 $list_i$ 对应一对面积上下界: $Bmax_i$ 和 $Bmin_i$, 其中 $Bmax_i = 2 * Bmin_i$ 且 $Bmax_i = Bmin_{i-1}$; 同时 $Btotal_i$ 记录 $list_i$ 中所有三角形面积的和.

- $list_i$ 中保存的三角形 T 满足 (其中 $Area(T)$ 为 T 的面积)

$$Bmin_i < Area(T) \leq Bmax_i. \quad (4)$$

从此索引结构取一个三角形的过程为: 首先取一个随机数 $\alpha \in [0, 1)$, 从 0 开始, 查找第一个满足式 (5) 的 i :

$$\alpha \leq \sum_{j=0}^i Btotal_j / \sum_{j=0}^n Btotal_j, \quad (5)$$

取定 i 的值后, 对于 $list_i$, 依次测试其中的三角形 T_j , 以 $A_{ij}/Bmax_i$ 的概率接受 T_j (其中 A_{ij} 为 T_j 的面积); 如果 T_j 被接受, 则返回 T_j , 否则继续测试下一个三角形. 如果到 $list_i$ 的末尾仍未测试成功, 则取最后一个三角形返回. 由于 $A_{ij}/Bmax_i > 0.5$, 根据标准几何分布的期望可以确定取得一个三角形

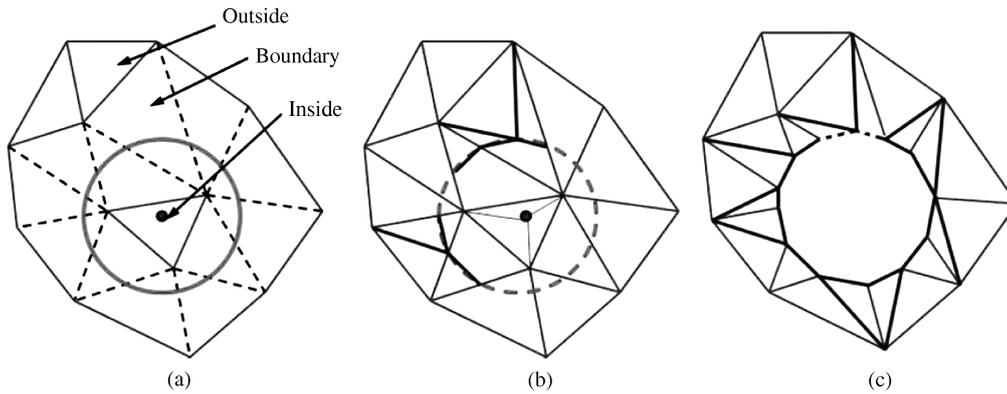


图 3 三角形裁剪过程示意图

Figure 3 Mesh clipping process. (a) Collection of intersection edge; (b) calculation of intersect; (c) clipping

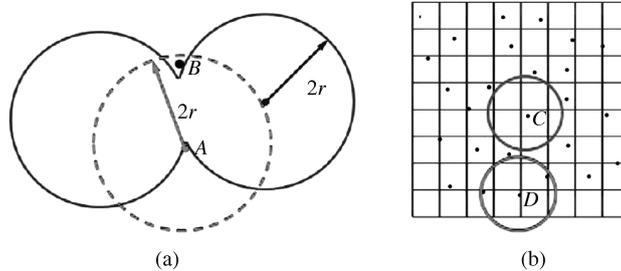


图 4 (a) 互斥结构必要性图示; (b) 互斥结构原理

Figure 4 (a) Collision detection necessity; (b) collision detection principle

的测试次数的期望为常数. 从这种索引结构中取三角形的过程中, 面积大的三角片更可能被先选取, 这近似的满足于式 (1).

3.3 广度优先的三角形裁剪

在确定一个采样点 p 和其所在的三角形 T 之后, 本文使用一个广度优先的算法对采样点的附近区域进行球裁剪. 被裁减掉的区域将作为当前采样点的影响区域, 也即在此区域内不能再采样. 在均匀采样中我们定义球的半径为 $2r$.

图 3 给出了裁剪算法的示意图, 首先我们按照广度优先算法, 对采样点周围的三角形进行遍历, 找出所有边界三角形. 为了避免浮点运算带来的误差, 我们收集所有与球相交的边 (图 3(a) 的虚线边), 求出其交点; 然后在三角形边上插入这些交点, 此时三角形变为退化的多边形. 利用多边形点的在球内外的位置性质对三角形进行裁剪和重新剖分. 结果如图 3(c) 所示.

在对裁剪出来的圆弧进行分割时, 我们考虑了使用直线代替圆弧的误差. 当误差大于一个用户输入的阈值的时候, 我们在圆弧上插入新点 (见图 3(c), 虚线段部分), 使直线逼近圆弧的误差可控.

3.4 基于等照度距离度量的互斥结构

图 4(a) 示意了使用互斥结构的必要性, 实线圆弧为已有采样点集裁去的部分, 点 A 和虚线圆

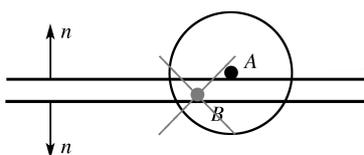


图 5 薄片结构示例

Figure 5 Thin sheet

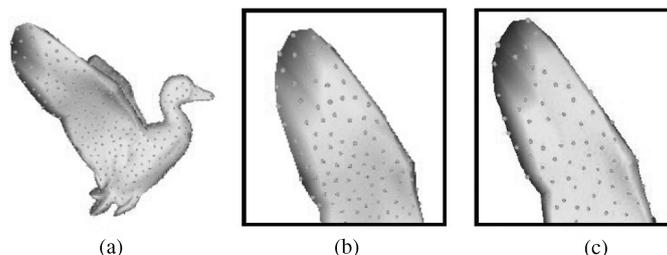


图 6 本文加权等照度距离度量与欧氏距离度量比较 (采样半径 $r=0.3$)

Figure 6 Comparison between Isophotic distance metric and Euclidean distance (sampling radius $r=0.3$). (a) Duck sampling (our method); (b) duck wing sampling(our method); (c) duck wing sampling (Euclidean distance)

分别代表当前采样点及其裁剪边界. 由于采用了局部的广度优先算法, 点 B 所在的区域不会被点 A 的裁剪过程裁去. 如果将来某时刻在点 B 采样, 会造成点 A 和 B 不满足条件 (2).

为了保证最后采样的蓝噪声特性, 需要对新采样点和已有采样点集进行互斥判断, 如果新采样点到其中某点的距离小于 $2r$ (如图 4(b) 中点 D), 则新采样点不被采纳, 采样过程继续. 否则将新采样点加入采样点集 (如图 4(b) 中点 C). 本文使用均匀网格的空间局部性来加速此距离判断过程 (如图 4(b)).

在模型中存在一些薄片结构 (如图 5), 在图 5 中, 因为采样点 A, B 之间的欧氏距离小于其互斥的半径, 使得本应同时接收的两采样点不能同时存在. 为了克服这一类问题, 受文献 [26] 启发, 本文在互斥结构中进行距离计算时引入加权的等照度距离度量 (Isophotic metric) 作为两点之间的距离. 这种距离度量考虑了法向的偏移, 对模型表面的高曲率区域比较敏感.

本文定义加权的等照度距离度量为

$$\text{dist_isophotic}(p_1, p_2) = \text{dist_euclid}(p_1, p_2) \times \left(1 + \left(\frac{1 - n_1 \cdot n_2}{2} \right)^b \right), \quad (6)$$

其中 $\text{dist_euclid}(p_1, p_2)$ 为 p_1, p_2 之间的欧氏距离, n_1, n_2 为 p_1, p_2 点的法向, b 为调节法向偏差影响的参数, 通过实验我们发现使用 $b = 6$ 可以较好的调节法向偏移. 通过加入法向偏差的权重, 我们调整了互斥结构中欧氏距离度量存在的问题; 由于式 (6) 中 b 的调节作用, 使对于非薄片结构的距离计算与欧氏距离几乎相同 (考虑 $b=6, n_1, n_2$ 夹角为 90° , 此时 $\text{dist_isophotic}(p_1, p_2) = 1.016 * \text{dist_euclid}(p_1, p_2) \approx \text{dist_euclid}(p_1, p_2)$). 此距离度量比测地距离计算更简单, 同时也能很好地满足本文距离计算的需要.

4 特征保持 Poisson 盘采样和自适应特征采样

在使用采样点集表达被采样模型特征方面, 保特征采样和自适应采样在采样点数相同的条件下,

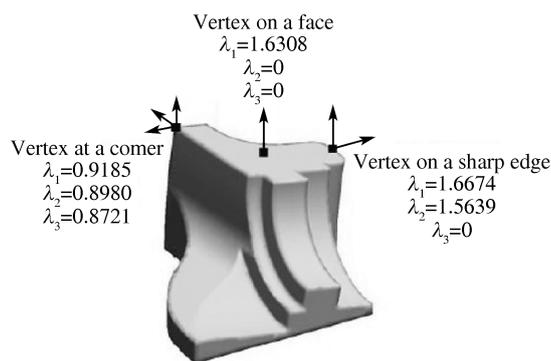


图 7 张量矩阵特征值的意义 (引自 [27])

Figure 7 Eigenvalues of the normal voting tensor for different features [27]

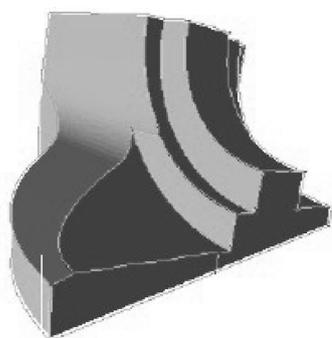


图 8 特征识别结果

Figure 8 Features

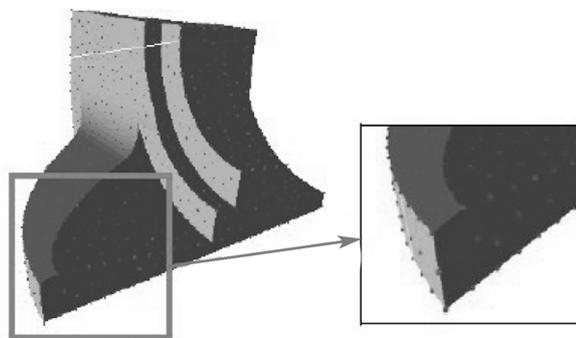


图 9 保特征 Poisson 盘采样的 Fandisk

Figure 9 Feature preserving sampling

往往提供更好的表达能力, 这也使其成为采样研究的热点. 我们将在本部分重点介绍这两种采样方式的技术细节.

4.1 保特征的 Poisson 盘采样

保特征采样的目标是要保证在模型尖锐特征的位置采样, 特征识别是保特征采样的前提. 本文改进了基于张量投票的技术 [27] 进行特征识别. 此种方法对噪声不敏感, 可以提供比较好的特征线, 且简单易用. 其算法原理如下:

首先对于模型的每个顶点, 将此点邻域面片的张量矩阵加权作和计算出一个 3×3 的张量矩阵, 邻域的选择同时考虑三角形的面积和形状. 对于每个顶点的张量矩阵提取三个特征值 $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ (假设 $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \lambda_3$), $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ 的不同取值决定了对应点的特征性质. 图 7 反应了这种对应关系.

文献 [27] 通过 K-means 迭代实现特征的自动识别, 在实际应用中, 我们发现 K-means 方法依赖于初始种子点的选择. 本文改进了这种方法, 通过用户指定的阈值来进行特征点的识别.

使用阈值对顶点分类后, 通过区域增长和特征线提取可以提取出模型的特征线, 并且提取的特征线的强弱是用户通过阈值控制的. 图 8 为一个针对 Fandisk 进行特征识别的结果.

在提取模型特征线的基础上, 我们在采样时先在角点采样, 然后在两角点之间的特征线上进行采样, 最后在模型的其他面片上采样. 图 9 显示了特征采样的结果.

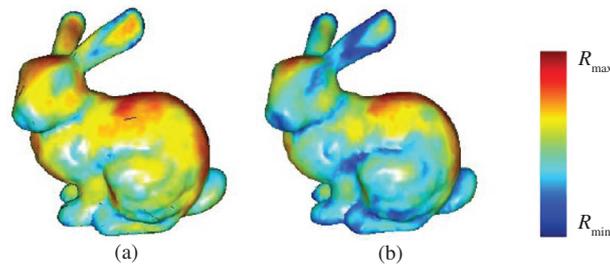


图 10 自适应采样半径计算方法比较

Figure 10 Comparison between adaptive sampling radius calculation methods. (a) Curvature method; (b) our method

4.2 自适应的 Poisson 盘采样

自适应采样依据模型表面的微分特性进行采样半径的调节, 在表面比较弯曲的地方采样半径变小, 采样密度变大; 在表面平坦的地方加大采样半径, 采样密度变小.

对于自适应的 Poisson 盘采样, 本文充分应用 4.1 小节中计算得到的特征值进行自适应采样半径的计算, 计算公式如下:

$$R_i = R_{\min} + (\text{Value}_i)^{\text{Contrast_rate}} \times (R_{\max} - R_{\min}), \quad (7)$$

$$\text{Value}_i = \frac{1}{(\alpha * (\lambda_1 - \lambda_2) + \beta * (\lambda_2 - \lambda_3) + (1 - \alpha - \beta) * \lambda_3) * C + 1}, \quad (\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \lambda_3), \quad (8)$$

其中, R_{\max} , R_{\min} 为用户输入的最大半径和最小半径. Contrast_rate 为用户输入的对比值, 表示不同的从最大半径到最小半径的过渡的平滑程度 (本文中设定为 1). C 为一个设定的参数, 我们在实验中使用 $C = 100$; 其中 α , β 分别为加权的权值 (本文实验取 $\alpha = 0.001$, $\beta = 0.5$). 这种计算方法的一个显著优势就是为保特征和自适应采样提供统一的基础框架 (也即张量投票方法); 在保特征采样与自适应采样同时使用时, 可以充分利用了 4.1 小节的计算结果, 相对于曲率计算在速度上更有优势; 此种方法得到的采样半径分布, 与使用曲率计算方法^[23]的结果同样反应了模型表面的微分特性 (如图 10).

在计算得到模型顶点的半径之后, 使用双线性插值可以得到模型上任意一个采样点的采样半径:

$$R_p = \sum_{V_i \in \text{Tri}(p)} \omega_i R_i \quad (9)$$

确定了采样半径后, 在裁剪 (参见 3.3 小节) 阶段, 本文不再使用 $2R_p$ 作为裁剪半径, Fu 等^[23]证明自适应的采样边界是一系列的二次曲线段的组合, 为了简化问题, 本文使用 $R_p + R_{\min}$ 作为裁剪半径对采样点 p 周围的区域进行裁剪.

本文同时修改了互斥结构 (参见 3.4 小节), 通过记录每个点的采样半径, 保证加入采样点集的任意两个点的距离大于两点的采样半径的和.

5 实验结果与分析

我们在一台 PC (Intel Core Duo 2.67 GHz, 2 GB 内存) 上实验了我们的算法, 同时与 Fu 等^[23]的方法进行了比较.

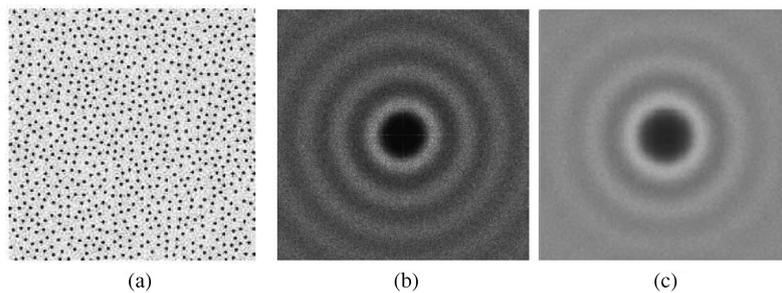


图 11 采样结果频谱分析

Figure 11 Spectral analysis of sampling results. (a) Our sampling result; (b) our method average spectral analysis; (c) average spectral analysis of [17]

5.1 蓝噪声特性

根据我们的了解, 目前对于 Poisson 盘分布的蓝噪声特性的分析仅限于 2 维平面采样. 在高维空间和流形表面的分析还是空白. 因此, 本文对平面 Mesh 上的采样进行了蓝噪声分析, 我们使用 Ulichney [28] 和 McCool 等 [29] 的分析方法, 生成了对应的平均能量谱 (average power spectrum)(如图 11(b)).

对比 Lagae 等 [9] 的示意图, 可以看到本文算法的平均能量谱在中心直流分量上有一个峰值, 外围很宽的低频分量区域能量极低, 能量主要集中在高频部分, 说明本文算法的采样结果具备 Poisson 盘分布的蓝噪声特性.

5.2 采样速度

由于采用了更简单的算法逻辑, 并且避免了由于测地距离计算所引起的时间开销. 本文在速度上相对之前的算法有了很大提高. 对大部分模型都可以在很短的时间 (10 s) 内完成采样.

我们挑选了 10 个具有代表性的模型进行了采样实验, 并与 Fu 等 [23] 进行了比较. 表 1 比较了采样速度的数据. 每列第一行为本文算法数据, 第二行为对比算法的数据. 从采样时间和采样点的数据可知, 我们的算法在采样点更多的情况, 速度更快. 最后一列列出了采样速率的具体比较数值, 从此数据可以看出, 本文算法在同等条件下, 对比算法快 10 倍以上, 具体速度还与模型的网格化和拓扑结构有关.

5.3 采样结果

图 12 展示了 5.2 小节中所选的 10 个模型的采样效果图. 其中 (a)~(g) 采用了保特征采样, 从效果图可以明显看到, 采用了保特征的采样方法后, 点准确地撒在了特征线和特征顶点上 (例如 Duck 的翅膀边缘和 Fandisk 的交点). (e)~(j) 采用了自适应采样方法. 可以看到在平坦的区域和高曲率区域采样密度的明显变化.

因为两点之间测地距离大于等于其欧氏距离, 并且本文算法裁剪过程中保持了欧氏距离上的采样点互斥, 所以也同时满足了测地距离的互斥; 同时, 在互斥结构中引入等照度距离来解决针对薄片结构存在的问题, 必然存在误差, 但是依据 3.4 小节对式 (6) 的分析, 对于大多数的情况这种距离相对于欧氏距离误差很可以认为本文算法近似满足条件式 (2). 本文在从索引结构中取三角形的过程中, 没

表 1 采样时间比较
Table 1 Comparison of sampling times

Modle	Algorithm	Face number	Sampling time (ms)	Sampling number	Sampling rate (points/ms)	Sampling rate ratio (Our/Fu et al. [23])
Fandisk	Our algorithm	12946	7172	1469	0.2048	19.37
	Fu et al. [23] algorithm		36125	382	0.0106	
Casting	Our algorithm	10204	5031	1834	0.3645	10.04
	Fu et al. [23] algorithm		31843	1156	0.0363	
Block	Our algorithm	4208	2500	2026	0.8104	12.46
	Fu et al. [23] algorithm		8469	551	0.0651	
Sharp sphere	Our algorithm	18864	11656	3559	0.3053	195.78
	Fu et al. [23] algorithm		229547	358	0.0016	
Rock arm	Our algorithm	18794	5015	1488	0.2967	32.68
	Fu et al. [23] algorithm		71157	646	0.0091	
Dinosaur	Our algorithm	19458	6515	727	0.1116	31.35
	Fu et al. [23] algorithm		111532	397	0.0036	
Duck	Our algorithm	4990	5156	1714	0.3324	15.58
	Fu et al. [23] algorithm		14532	310	0.0213	
Dolphin	Our algorithm	5592	2156	376	0.1744	102.04
	Fu et al. [23] algorithm		77234	132	0.0017	
Man head	Our algorithm	53966	56781	1601	0.0282	56.77
	Fu et al. [23] algorithm		940235	467	0.0005	
Hand	Our algorithm	17290	7594	2162	0.2847	106.47
	Fu et al. [23] algorithm		89750	240	0.0027	

有完全遵守面积条件式 (1), 并且由于欧氏距离替代测地距离形成的过度裁剪, 本文算法对于面积条件式 (1) 的满足也是近似的. 综上可见, 本文算法是近似的 Poisson 盘采样算法.

5.4 重网格化应用

作为采样的后续应用, 可以利用所得到的采样点, 对原模型进行重网格化. 我们利用 Fu 等 [23] 的后处理方法进行了重网格化的实验. 图 13 通过一个典型的实例展示了此种重网格化方法的优势所在: 此类重网格化方法只与网格表面的微分属性相关, 而与模型原有的三角化形态关系很小. 这相对于传统的通过调节顶点位置进行重网格化的方法 [30] 是一大改进.

5.5 本文方法的局限性

尽管在采样速度和质量上都取得了比较好的结果, 本文方法仍有其局限性. 首先, 本文方法需要参数设置, 这增加了用户交互的难度. 这个问题可以通过一些实验支持的默认参数设置得到改善. 其次, 由于存在邻域查询的问题, 本文方法在处理非流形模型时会失败, 可以通过前期的模型处理解决此问题. 最后, 在 $R_{\max} \gg R_{\min}$ 时, 本文的自适应裁剪方法得到的采样结果不好, 这主要由于大半径

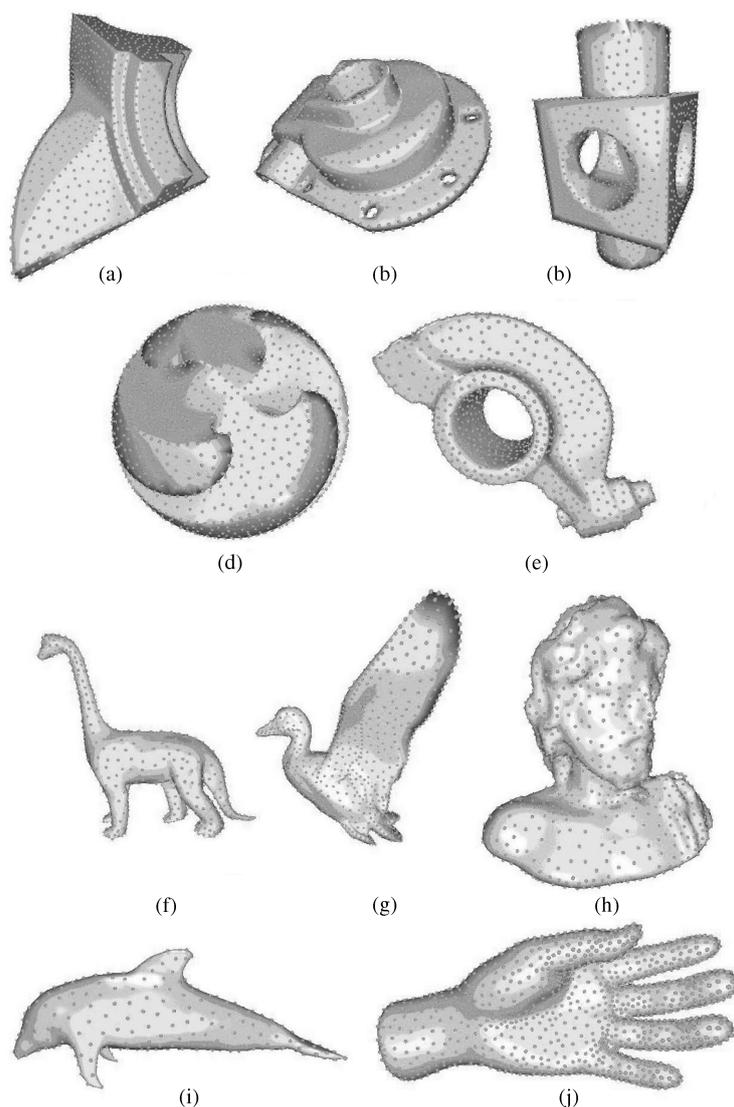


图 12 采样结果

Figure 12 Sampling result. (a) Fandisk ($r = 0.3$); (b) casting ($r = 0.3$); (c) block ($r = 0.3$); (d) sharp sphere ($r = 0.3$); (e) rock arm ($R_{\max} = 0.4, R_{\min} = 0.2$); (f) dinosaur ($R_{\max} = 0.3, R_{\min} = 0.15$); (g) duck ($R_{\max} = 0.4, R_{\min} = 0.2$); (h) man head ($R_{\max} = 0.4, R_{\min} = 0.2$); (i) dolphin ($R_{\max} = 0.4, R_{\min} = 0.2$); (j) hand ($R_{\max} = 0.3, R_{\min} = 0.1$)

采样点的裁剪误差较大, 影响了小半径采样点的采样. 此问题可以通过改进自适应裁剪方法来解决.

6 总结与工作展望

本文提出了一种针对表面 Mesh 的 Poisson 盘采样方法, 通过建立索引结构并且进行几何裁剪的方法, 实现了表面 Mesh 的快速 Poisson 盘采样. 同时, 针对保特征和自适应采样两种特殊的采样需求给出了统一的采样算法和简洁的实现方法. 实验表明, 本文算法是快速而且健壮的. 在未来的工作中, 通过引入等照度距离度量可以实现非流形、点云模型的 Poisson 盘采样. 基于并行的 Poisson 盘采样

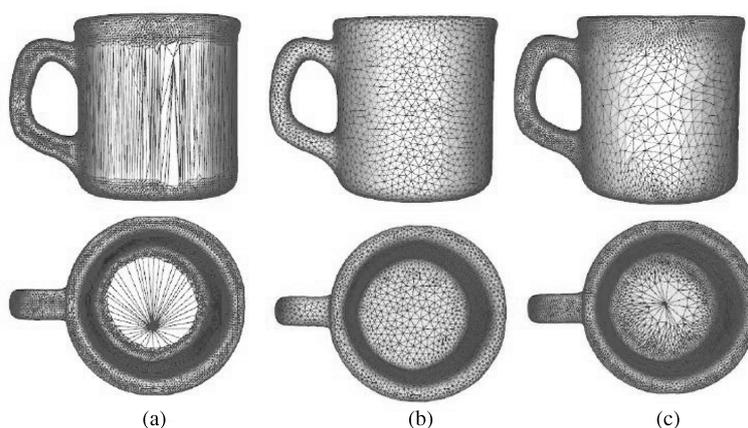


图 13 重网格化方法比较

Figure 13 Comparison between remesh methods. (a) The original model; (b) our algorithm; (c) Yue's [30] algorithm

和流形表面 Poisson 盘分布的频谱分析,也将是我们未来工作的关注点.

致谢 感谢 Syoyo 感谢朱利丰、李声初对本文工作提供的宝贵意见,感谢周秉锋老师、Ares Lagae、Manuel Gamito 以及何涛同学为本文实验提供的帮助. 特别感谢 Schlömer 提供了 PSA 分析工具¹⁾. 本文模型均来自 AIM@SHAPE 模型库和 Mesh Segmentation BenchMark^[31], 特此表示谢意.

参考文献

- 1 Dippé M A Z, Wold E H. Antialiasing through stochastic sampling. In: Proceedings of the SIGGRAPH Conference. New York: ACM, 1985. 69–78
- 2 Cook R L. Stochastic sampling in computer graphics. ACM Trans Graphic, 1986, 5: 51–72
- 3 Mitchell D P. Generating antialiased images at low sampling densities. In: Proceedings of the 14th Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques, SIGGRAPH '87. New York: ACM, 1987. 65–72
- 4 Hachisuka T, Jarosz W, Weistroffer R P, et al. Multidimensional adaptive sampling and reconstruction for ray tracing. ACM Trans Graphic, 2008, 27: Article No. 33
- 5 Lehtinen J, Zwicker M, Turquin E, et al. A meshless hierarchical representation for light transport. ACM Trans Graphic, 2008, 27: Article No. 37
- 6 Mitchell D P. Spectrally optimal sampling for distribution ray tracing. SIGGRAPH Comput Graph, 1991, 25: 157–164
- 7 Deussen O, Hanrahan P, Lintermann B, et al. Realistic modeling and rendering of plant ecosystems. In: Proceedings of the 25th Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques, SIGGRAPH '98. New York: ACM, 1998. 275–286
- 8 Deussen O, Hiller S, van Overveld C, et al. Floating points: a method for computing stipple drawings. Comput Graph Forum, 2000, 19: 40–51
- 9 Lagae A, Dutré P. A comparison of methods for generating Poisson disk distributions. Comput Graph Forum, 2008, 27: 114–129
- 10 Gamito M N, Maddock S C. Accurate multidimensional Poisson-disk sampling. ACM Trans Graphic, 2009, 29: Article No.8
- 11 Jones T R. Efficient generation of Poisson-disk sampling patterns. J Graph Tool, 2006, 11: 27–36

1) Schlömer T. PSA. <http://code.google.com/p/psa/>

- 12 Dunbar D, Humphreys G. A spatial data structure for fast Poisson-disk sample generation. *ACM Trans Graphic*, 2006, 25: 503–508
- 13 White K B, Cline D, Egbert P K. Poisson disk point sets by hierarchical dart throwing. In: *Proceedings of the IEEE Symposium on Interactive Ray Tracing*. Washington: IEEE Computer Society, 2007. 129–132
- 14 Wei L. Parallel Poisson disk sampling. *ACM Trans Graphic*, 2008, 27: Article No. 20
- 15 Lloyd S P. Least squares quantization in PCM. *IEEE Trans Inform Theory*, 1982, 28: 129–137
- 16 Balzer M, Schlömer T, Deussen O. Capacity-constrained point distributions: a variant of Lloyd’s method. In: *ACM SIGGRAPH*. New York: ACM, 2009. Article No. 86
- 17 Liu Y, Wang W, Lévy B, et al. On centroidal voronoi tessellation-energy smoothness and fast computation. *ACM Trans Graphic*, 2009, 28: Article No. 101
- 18 Ostromoukhov V, Donohue C, Jodoin P. Fast hierarchical importance sampling with blue noise properties. In: *ACM SIGGRAPH*. New York: ACM, 2004. 488–495
- 19 Ostromoukhov V. Sampling with polyominoes. *ACM Trans Graphic*, 2007, 26: Article No. 78
- 20 Hiller S, Deussen O, Keller A. Tiled blue noise samples. In: *Proceedings of the Vision Modeling and Visualization Conference, Aka GmbH*, 2001. 265–272
- 21 Lagae A, Dutré P. A procedural object distribution function. *ACM Trans Graphic*, 2005, 24: 1442–1461
- 22 Lagae A, Dutré P. An alternative for wang tiles: colored edges versus colored corners. *ACM Trans Graphic*, 2006, 25: 1442–1459
- 23 Fu Y, Zhou B. Direct sampling on surfaces for high quality remeshing. *Comput Aided Geom D*, 2009, 26: 711–723
- 24 Cline D, Jeschke S, White K, et al. Dart throwing on surfaces. *Comput Graph Forum*, 2009, 28: 1217–1226
- 25 Li H, Lo K, Leung M, et al. Dual Poisson-disk tiling: an efficient method for distributing features on arbitrary surfaces. *IEEE Trans Vis Comput Gr*, 2008, 14: 982–998
- 26 Pottmann H, Steiner T, Hofer M, et al. The isophotic metric and its applications to feature sensitive morphology on surfaces. *LNCS*, 2004, 3024: 560–572
- 27 Kim H S, Choi H K, Lee K H. Feature detection of triangular meshes based on tensor voting theory. *Comput Aided Design*, 2009, 41: 47–58
- 28 Ulichney R A. *Digital Halftoning*. Boston: MIT Press, 1987. 189–205
- 29 McCool M, Fiume E. Hierarchical Poisson disk sampling distributions. In: *Proceedings of the Conference on Graphics interface’92*. San Francisco: Morgan Kaufmann Publishers Inc., 1992. 94–105
- 30 Yue W N, Guo Q W, Zhang J, et al. 3D triangular mesh optimization for geometry processing in CAD. In: *ACM International Conference on Solid and Physical Modeling 2007 (SPM ’07)*. New York: ACM, 2007. 23–34
- 31 Chen X, Golovinskiy A, Funkhouser T. A benchmark for 3D mesh segmentation. In: *ACM SIGGRAPH*. New York: ACM, 2009. Article No. 73

Approximate Poisson disk sampling on mesh

GENG Bo¹, ZHANG HuiJuan¹, WANG Heng¹ & WANG GuoPing^{1,2*}

1 *Graphics and Interactive Technology Lab of Dept. of Computer Science, Peking University, Beijing 100871, China;*

2 *The Key Lab of Machine perception and intelligent, MOE, Beijing 100871, China*

*E-mail: wgp@pku.edu.cn

Abstract Poisson disk sampling has been widely used in many applications such as remeshing, procedural texturing, object distribution, illumination, etc. While 2D Poisson disk sampling is intensively studied in recent years, direct Poisson disk sampling on 2-manifold surface is rarely covered. In this paper, we present a novel framework which generates approximate Poisson disk distribution directly on mesh, a discrete representation of

2-manifold surfaces. Our framework is easy to implement and provides extra flexibility to specified sampling issues like feature-preserving sampling and adaptive sampling. We integrate the tensor voting method into feature detection and adaptive sample radius calculation. Remeshing as a special downstream application is also addressed. According to our experiment results, our framework is efficient, robust, and widely applicable.

Keywords Poisson disk sampling, feature preserving sampling, adaptive sampling, remeshing, tensor voting, mesh generation



GENG Bo was born in 1983. He received the M.S. degree in computer science from Peking University, Beijing in 2010. Currently, he is a Software Engineer in Agricultural Bank of China. His research interests include computer graphics, CRM, data mining, etc.



WANG Heng was born in 1960. She received the Ph.D. degree in computer sciences from University of Cambridge, England in 1991. Currently, she is an Associated Professor at Peking University. Her research interests include human computer interaction, computer graphics, image processing. Dr. Wang is a member of CCF and ACM.



ZHANG HuiJuan was born in 1987. She received the B.S. degree in software engineering from Central South University, Changsha in 2009. Currently, she is a third year Ph.D. student in Peking University, Beijing. Her research interests include computer graphics and shape analysis.



WANG GuoPing was born in 1964. He received the Ph.D. degree in applied mathematics from Fudan University, Shanghai in 1997. Currently, he is a Professor at Peking University. His research interests include computer graphics, virtual reality, and HCI.